

2021학년 졸업고사-Analysis

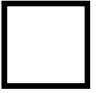
학부(과)

학년

학번

성명

검인



1. (a) 벡터장 $\mathbf{F}(x, y, z) = (xz^2, x^2y - z^3, 2xy + y^2z)$ 에 대하여 스톡스 정리 또는 발산 정리를 이용하여 $\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} \, dS$ 를 구하여라. 여기에서 S 는 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, \mathbf{n} 은 외향 법선벡터(outward-pointing normal).

(b) 영역 $D = \{(x, y) \mid x^2 + 2xy + 5y^2 \leq 1\}$ 일 때, 다음 주어진 이중적분의 값을 구하시오.

$$\iint_D \frac{dA}{(1 + x^2 + 2xy + 5y^2)^2}.$$

2. (a) f 는 $(0, \infty)$ 에서 미분가능하고, $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$ 을 만족한다. $g(x) = f(x+2) - f(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ 이 됨을 극한의 정의를 이용하여 보이시오.

(b) 함수 $f : [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}$ 를 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln\left(1 + \frac{x}{n}\right)$ 로 정의하자. f 가 $[0, \infty]$ 에서 미분가능함을 보이고 이때 $f'(0)$ 을 구하시오.

3. 다음 급수의 수렴성을 조사하시오.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n! n!}{(2n)!}.$$